

4. Polia

- Zistite, ktoré z axióm poľa sú splnené v štruktúre (M, \oplus, \odot) ak
 - $M = \mathbb{R}$ (reálne čísla), $x \oplus y = x + y - 2$, $x \odot y = xy - 2x - 2y + 6$;
 - $M = \mathbb{R}^2$ (dvojice reálnych čísel), $(x_1, x_2) \oplus (y_1, y_2) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2)$, $(x_1, x_2) \odot (y_1, y_2) = (x_1 y_1, x_2 y_2)$;
 - $M = \mathbb{R}^+$ (kladné reálne čísla), $x \oplus y = xy$, $x \odot y = x^{\log y}$;
 - $M = \mathcal{P}(A)$ (všetky podmnožiny pevne zvolenej množiny A , $X \oplus Y = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$ (symetrický rozdiel), $X \odot Y = X \cap Y$).
- V poli komplexných čísel riešte rovnice
 - $(3 + 2i)x = 17 - i$;
 - $(6 - 5i)x + (1 + 2i) = (-3 - 7i)x + 2i$;
 - $x^2 = i$.
- Vypočítajte $(1 - i)^{77}$.
- Vypočítajte $(1 + i\sqrt{3})^{33}$.
- Dokážte, že $\sqrt[3]{2}$ nepatrí do poľa $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$.
- Nájdite inverzný prvok
 - ku 4_7 v poli \mathbb{Z}_7 ;
 - ku 14_{17} v poli \mathbb{Z}_{17} ;
 - ku 12_{97} v poli \mathbb{Z}_{97} .
- Vypočítajte

$$\frac{5_7^{21} + 3_7^{32}}{2_7^{43}}.$$