

1. DELITEL'NOST' A NSD

1. Dokážte, že pre každé $n \in \mathbb{Z}$ je $n^3 - n$ deliteľné 3.
2. Dokážte, že pre každé $n \in \mathbb{Z}$ je $n^5 - n$ deliteľné 5.
3. Dokážte, že pre každé nepárne kladné n je $2^n + 1$ deliteľné 3.
4. Dokážte, že pre každé nepárne kladné n je $2^n + 3^n$ deliteľné 5.
5. Dokážte, že pre každé $n \geq 3$ je $10^n + 8$ deliteľné 72.
6. Nech $p, q \in \mathbb{Z}$. Dokážte, že aspoň 1 z čísel $p, q, p + q, p - q$ je deliteľné 3.
7. Dokážte, že druhú mocninu každého celého čísla možno zapísať v tvare $4k$ alebo $4k + 1$ ($k \in \mathbb{Z}$).
8. Dokážte, že druhá mocnina celého čísla nemôže končiť dvojčíslím 11 and 14.
9. Dokážte, že súčet štyroch po sebe idúcich celých čísel nemôže byť druhou mocninou celého čísla.
10. Dokážte, že číslo zložené z 3^n rovnakých cifier je deliteľné 3^n .
11. Ak p je prvočíslo rôzne od 3, tak číslo $p^2 + 2$ je zložené. Dokážte.
12. Nájdite celé čísla a, b, c tak, aby c nebolo deliteľné a ani b , ale aby c^2 bolo deliteľné ab .
13. Nájdite celé čísla a, b, c tak, aby $NSD(a, b) \neq 1, NSD(a, c) \neq 1, NSD(b, c) \neq 1$, ale $NSD(a, b, c) = 1$.
14. Dokážte, že čísla $\sqrt{2}, \sqrt[3]{2}$ a $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ sú iracionálne.
15. Dokážte, že čísla $a/(a, b)$ a $b/(a, b)$ sú nesúdeliteľné.