

3. Kongruencie

1. Vypočítajte
 - a) zvyšok po delení čísla 2^{345} číslom 11;
 - b) zvyšok po delení čísla 3^{456} číslom 8;
 - c) zvyšok po delení čísla 4^{567} číslom 21;
 - d) zvyšok po delení čísla 5^{2011} číslom 7;
 - e) zvyšok po delení čísla 67^{890} číslom 12.
2. Nájdite poslednú cifru čísla
 - a) 7^{7777} ;
 - b) 7^{7^7} .
3. Nájdite posledné 2 cifry čísla 7^{100} .
4. Dokážte, že $2^{100} + 10$ je deliteľné 13.
5. Dokážte, že $3^{341} - 3$ nie je deliteľné 341.
6. Ak x nie je deliteľné 2 ani 3, tak $x^2 \equiv 1 \pmod{24}$. Dokážte.
7. Riešte kongruencie
 - a) $5x \equiv 17 \pmod{21}$;
 - b) $38x \equiv 56 \pmod{101}$;
 - c) $28x \equiv 6 \pmod{91}$;
 - d) $88x \equiv 66 \pmod{42}$;
8. Riešte rovnice v \mathbb{Z}
 - a) $5x + 19y = 77$;
 - b) $38x - 27y = 100$;
 - c) $39x + 69y = 1000$.
9. Riešte sústavy kongruencií:
 - a) $x \equiv 2 \pmod{5}$, $2x \equiv 1 \pmod{8}$;
 - b) $5x \equiv 0 \pmod{18}$, $7x \equiv 3 \pmod{20}$;
 - c) $8x \equiv 4 \pmod{15}$, $11x \equiv 1 \pmod{21}$;
10. Nájdite všetky celé čísla od 0 do 1000, ktoré pri delení 5 dávajú zvyšok 3, pri delení 6 zvyšok 2 a pri delení 7 zvyšok 1.