

## Konečné algebraické rozšírenia

(9 bodov) :

1. Rozhodnite, či

$$\sqrt{3} \in \mathbb{Q}(\sqrt{2});$$

$$\sqrt{3} \in \mathbb{Q}(2\sqrt{3} + 1);$$

$$\sqrt{3} \in \mathbb{Q}(\sqrt{6});$$

$$\sqrt{3} \in \mathbb{Q}(\sqrt{12});$$

$$\sqrt{3} \in \mathbb{Q}(\sqrt[3]{3});$$

$$\sqrt{3} \in \mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3});$$

$$\sqrt{3} \in \mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{5});$$

$$\sqrt{3} \in \mathbb{Q}(\sqrt[4]{3}i);$$

$$\sqrt{3} \in \mathbb{Q}(\sqrt{3}i);$$

$$\sqrt{3} \in \mathbb{Q}(\sqrt{3} + i);$$

$$i \in \mathbb{Q}(\sqrt{3}i).$$

**2.** Rozhodnite, či

$$\pi \in \mathbb{Q}(\sqrt{2});$$

$$\sqrt{2} \in \mathbb{Q}(\pi);$$

$$\pi \in \mathbb{Q}(\sqrt{2} - \pi).$$

$$\pi \in \mathbb{Q}(\sqrt{2\pi}).$$

**3.** Stupeň rozšírenia  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{5})$  poľa  $\mathbb{Q}$  je

1;

2;

4;

8;

iný.

4. Stupeň rozšírenia  $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}, i)$  poľa  $\mathbb{Q}$  je

1;

2;

4;

8;

iný.

5. Stupeň rozšírenia  $\mathbb{Q}(\sqrt{2} + 1, \sqrt[4]{2} + 1)$  poľa  $\mathbb{Q}$  je

1;

2;

4;

8;

iný.

**6.** Stupeň rozšírenia  $\mathbb{Q}(\cos(\pi/12))$  poľa  $\mathbb{Q}$  je

2;

3;

4;

6;

iný.

**7.** Stupeň rozšírenia  $\mathbb{Q}(\cos(\pi/12) + \sin(\pi/12))$  poľa  $\mathbb{Q}$  je

2;

3;

4;

6;

iný.

8. Stupeň rozšírenia  $\mathbb{Q}(\sin(\pi/18))$  poľa  $\mathbb{Q}$  je

2;

3;

4;

6;

iný.

9. Vyznačte pravdivé tvrdenia.

Konečné rozšírenie môže obsahovať transcendentný prvok.

Konečné rozšírenia tohom istého poľa rovnakého stupňa sú izomorfné.

Pole  $\mathbb{C}$  nemá vlastné konečné rozšírenie.

Konečné rozšírenie stupňa  $2^n$  nemôže obsahovať prvok rádu 3.

Konečné rozšírenie konečného poľa je jednoduché.

Získané body:

Úspešnosť: